

## ВИКОРИТАННЯ СТОХАСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

### **МИЩИШИН Орест Якович**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики  
Львівського національного університету імені Івана Франка  
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5225-828X>*

### **БОРЩУК Ірина Володимирівна**

*кандидат економічних наук, доцент,  
доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики  
Львівського національного університету імені Івана Франка  
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2090-8425>*

### **МИХАЙЛИШИН Тарас Олегович**

*здобувач наукового ступеня доктора філософії  
Львівського національного університету імені Івана Франка*

**Анотація.** Дослідження та моделювання соціально-економічних процесів передбачає перехід від детермінованих величин до стохастичних, що визначає використання нормального розподілу для економічних параметрів. Створення змінних в часі стохастичних моделей можливе на базі теорії випадкових процесів.

Оскільки більшість економічних величин представлені в агрегованому виді, а розподіл величин та їхня частота появи, як правило відсутні, тому в роботі створено максимально наближену до реальності динамічну стохастичну модель заробітної плати для працівників великого підприємства або мешканців територіальної одиниці.

Розрахунок оптимальної кількості розмірного ряду взуття та одягу для окремих країн дозволяє оптимізувати прибуток великих мереж магазинів, на основі даних про розподіл розмірного ряду товарів. Цікавим також є порівняння спектру розмірного ряду для споживачів різних країн, що уніфікує підходи для вибору розмірного ряду.

**Ключові слова:** соціально-економічний процес, заробітна плата, стохастична модель, нормальний розподіл, розмірний ряд взуття.

**Постановка проблеми.** Дослідження параметрів та характеристик складних економічних систем потребує диференційного підходу для оцінки процесів на мікро, макро та мезо рівнях. Фінансові характеристики економічних

процесів на макро та мезо рівнях вивчаються, як правило, на основі агрегованих чи усереднених даних. При дослідженні такого типу процесів на мікро рівні доцільно розглядати не детерміновані а стохастичні величини.

Саме тому проблематика вивчення певних економічних процесів на мікро рівні під кутом стохастичних досліджень має на теперішній час пріоритетне значення.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Стохастичні моделі для економіки вивчали і використовували, зокрема Бондаренко С.М., [1] Жлуктенко В.І., Бегун А.В., [2] Томашевський В. М., Жданова О. Г., Жолдаков О. О. [3]

**Метою статті** є створення теоретико-методологічних підходів побудови стохастичних моделей соціально-економічних процесів, що дозволяє відтворювати втрачені параметри величин, необхідних для дослідження реальних соціально-економічних процесів в глобальній економіці, оптимізуючи при цьому втрати.

**Виклад основних результатів.** Вивчення економіки країни в цілому, окремих територій чи груп населення потребує аналізу її окремих метрик представлених у вигляді констант або змінних. Для опису агрегованих або усереднених значень використовують детерміновані величини. Узагальнені значення метрик не завжди дозволяють проаналізувати поведінку економічної системи чи дослідити процес впливу винагороди за виконану роботу на велику кількість працівників з різним рівнем заробітної плати. Отож для опису масових соціально-економічних явищ чи фінансових процесів використовують інший тип математичних понять – стохастичні величини.

Такого типу величини можуть і повинні бути використані для опису широкого спектру соціально-економічних явищ: демографічних, антропометричних, фінансових, економічних і психологічних, оскільки

характеристики різних об'єктів досліджень суттєво відрізняються між собою. Група будь-яких соціально-економічних об'єктів досліджень, метрики яких мають той чи інший частотний розподіл, близький до нормального розподілу Гаусу можна представляти у вигляді стохастичних величин. Стохастична величина, розподілена за функцією Гауса характеризуються двома константами – математичним сподіванням  $m(x)$  та середньоквадратичне відхилення  $\sigma(x)$ . Стохастичні величини, які описують закони розподілу випадкових величин, які змінюються з часом називають випадковими процесами  $X(t)$  і використовують для опису соціально-економічних процесів що змінюються в часі. Тоді ми маємо справу з випадковими процесами  $X(t)$  та відповідно випадковими величинами  $X$  а також детермінованими функціями  $f(t)$ , що описують траєкторію змін окремих об'єктів, які називають реалізацією випадкового процесу.

Перший приклад побудови стохастичної моделі стосується створення наближеної до реальності моделі величини заробітної плати, яка міняється в річному вимірі та стосується великої групи людей на великому підприємстві або територіальній одиниці.

Параметри стохастичної величини, яка описує заробітну плату в Україні в 2020-2022 роках році мають наступні значення: математичне сподівання  $m_{2020} = 10\ 340$  грн та середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{2020} = 1334$  грн.,  $m_{2021} = 12993$  грн та середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{2021} = 1429$  грн.,  $m_{2022} = 14859$  грн та середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{2022} = 1547$  грн., .,  $m_{2023} = 15778$  грн та середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{2023}$

= 1676 грн.[4].

У більшості випадків аналізуються агреговані чи усереднені параметри економічних величин, однак для розуміння соціально-економічних процесів необхідно змодельовати значення зарплати для окремого працівника в динаміці протягом декількох років (2020-2022рр.). Перерізом випадкового процесу, який описує заробітну плату великої кількості людей найчастіше є випадкова величина з нормальним розподілом частоти окремих значень. Нормальний розподіл визначається функцією Гауса (1):

$$\varphi(x) = a * \exp\left(-\frac{(x - b)^2}{2c^2}\right),$$

$$a = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}, \quad b = \mu, \quad c = \sigma$$

де (1)

Функція Гауса в нашій моделі показує частоту появи певної зарплати рівної значенню  $x$ . Для побудови стохастичної

моделі заробітної плати використано функціонал оберненого нормального розподілу. За допомогою інструменту Excell розраховано значення зарплати  $x$ , при заданому значенні ймовірності  $\varphi(x)$  яка може бути в межах  $[0;1]$ . Для цього використано обернену функцію нормального розподілу NORMINV (Probability, mean, standard\_dev) інструменту Excell, для аргументів mean =  $m$ , standard\_dev =  $\sigma$ . Значення Probability задано випадковим чином за допомогою функції RAND(). Короткий набір таких розрахованих значень заробітної плати представлено нижче. (табл.1)

Поля таблиці містять наступні значення. People – ідентифікатор (код працівника), в даному випадку змінюється від 1 до максимального значення. Salary – розраховане значення зарплати для працівника (через обернену функцію нормального розподілу з параметрами полів Const для певного року – поле Date.

Таблиця 1

Результуючі значення величини заробітної плати та аргументи

PEOPLE	SALARY	DATE	CONST
1	10501.07	2020	$\sigma = 1334$
2	9087.259	2020	$m = 10340$
3	10686.46	2020	
4	10144.87	2020	
5	10182.95	2020	
6	10389.75	2020	
7	10026.11	2020	
8	9736.012	2020	
...	...	...	
100 000	9665.16	2020	

Наступне завдання яке вирішено – групування усіх значень заробітної по групах з кроком групування 100 грн, для цього використано інструментарій Bing візуалізатора Tableau. Для агрегованого кількісного представлення розміри

зарплатні згруповано з кроком 100 грн. та відображено у формі стовпцевої діаграми з візуалізацією заробітної плати кожного працівника (рис.1). Характер частотної діаграми частково відповідає розподілу Гауса. Певні

невідповідності діаграми заробітної плати частотній діаграмі нормального розподілу викликані малою кількістю відібраних для відображення об'єктів (400 людей) а також нерівномірним розподілом функції RAND() інструменту Excell, що насправді робить модель навіть більш реалістичною.

Щоб створити динамічну картину зміни заробітної плати для кожного з працівників змодельовано частотні спектри заробітних плат працівників для 2021-2022 років на основі вищевказаних параметрів (середнього значення та середньоквадратичного відхилення) [4].

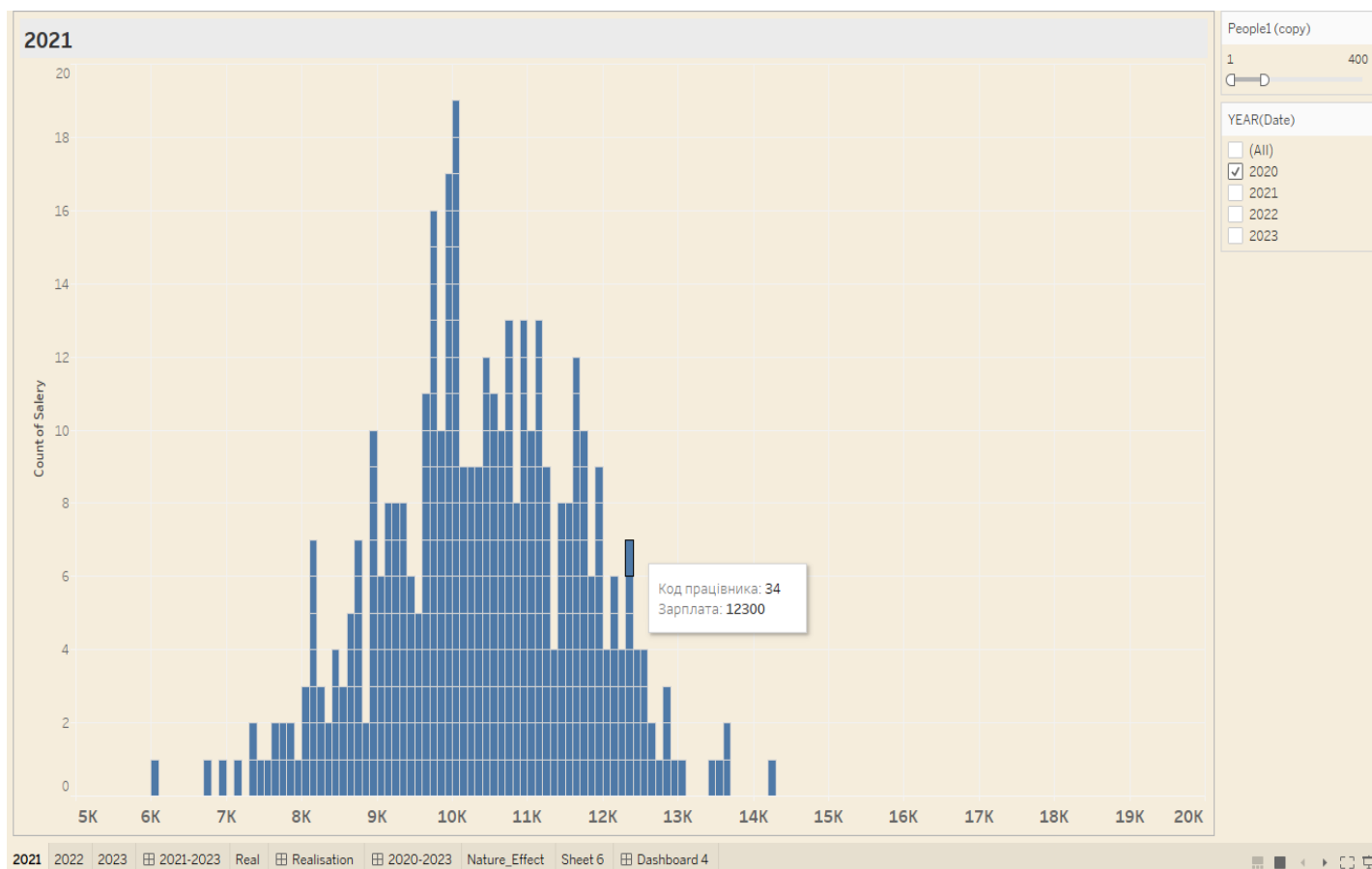


Рис. 1 Частотний розподіл заробітної плати 400 працівників в 2021 році.

*Джерело:* сформовано автором на основі власної моделі та даних [4].

Спостерігається зростаючий тренд середніх значень заробітної плати. Повну динаміку моделювання заробітної плати для періоду 2020-2022 років можна відобразити наступним дашбордом (рис.2).

Запропонована модель описує динаміку спектру заробітних плат працівників. Зрозуміло, що кожен працівник отримує різні обсяги доходів за різних економічних умов в часи

турбулентних змін економіки, викликаних завершенням криз інспірованих коронавірусом та початку військових дій. Модель з математичної точки зору є випадковим процесом. Дискретні річні зрізи заробітної плати описані випадковими величинами, а річні зміни заробітної плати окремого працівника невідповідними функціями, залежними від фактору часу.

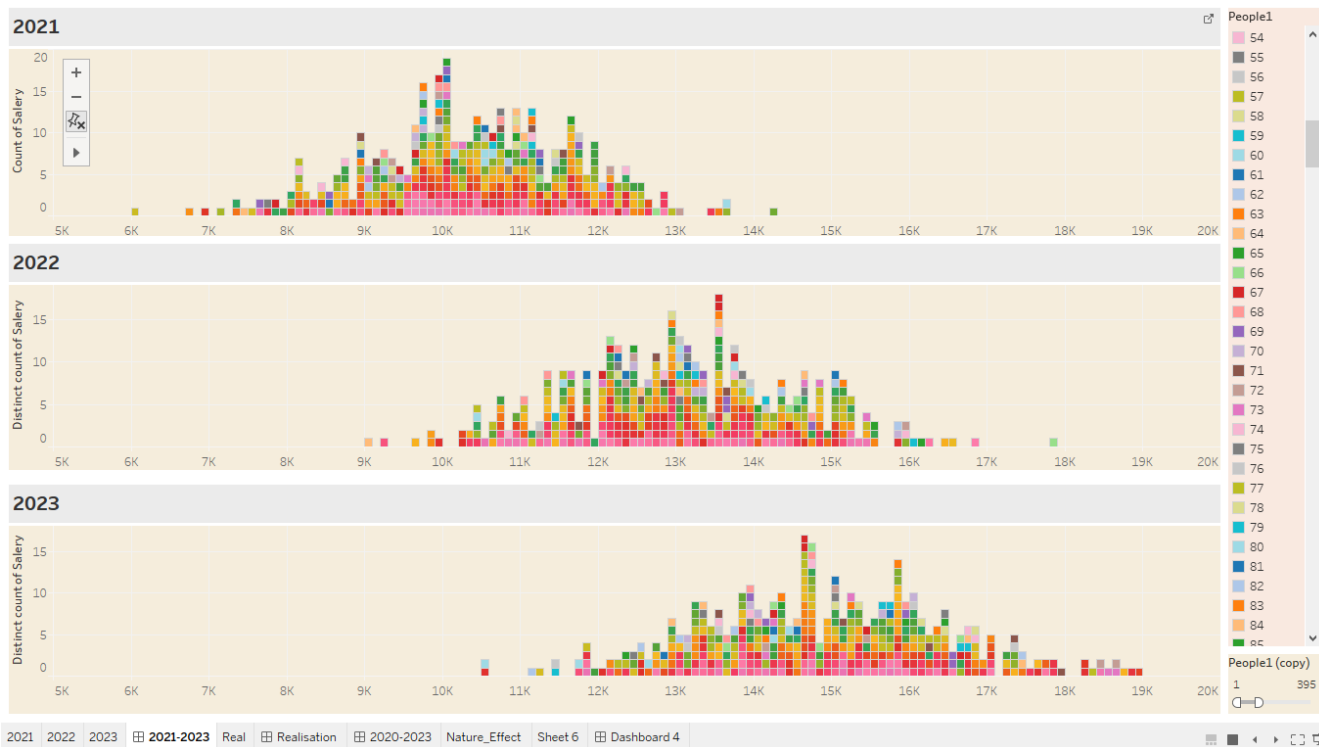


Рис. 2 Випадковий процес зміни стохастичних величин розподілу заробітної плати.  
 Джерело: змодельовано автором на основі [4]

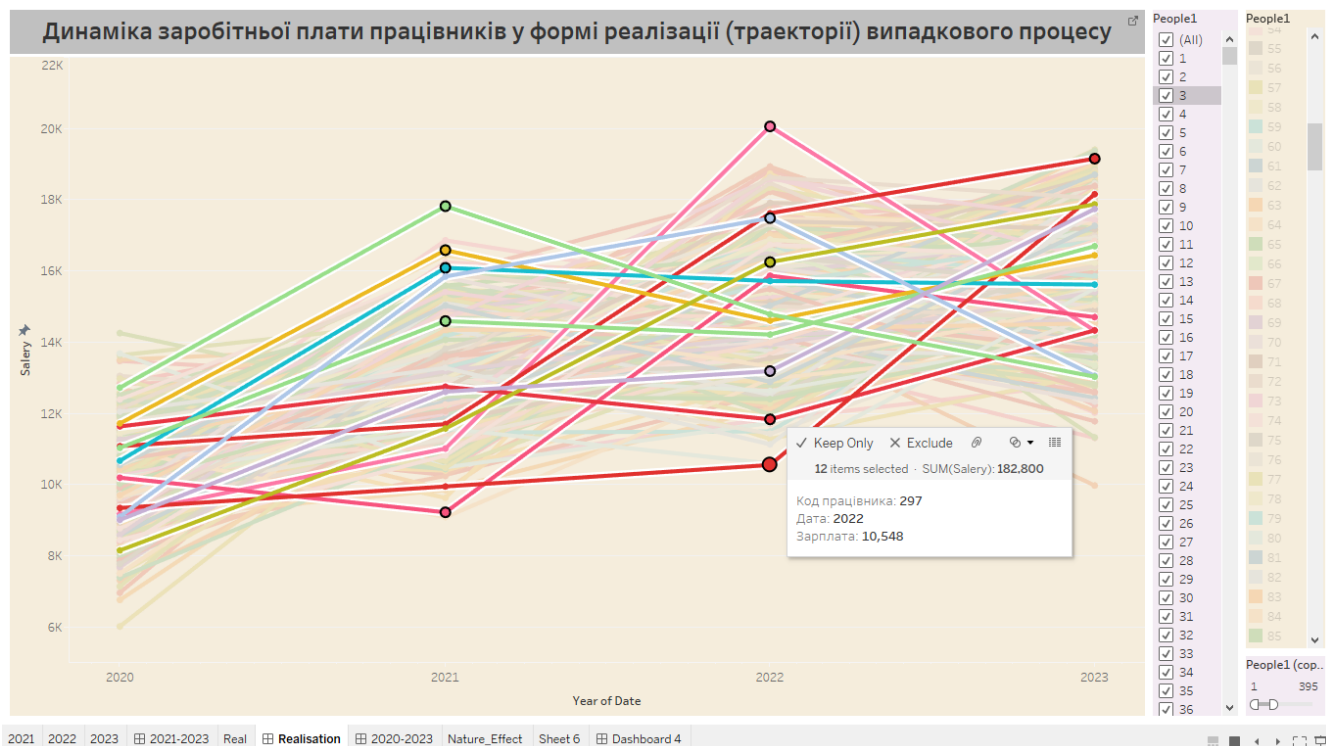


Рис. 3 Окремі траєкторії змін заробітної плати працівників.  
 Джерело: сформовано автором на основі власної моделі та даних [4]

Також зрозуміло що заробітна працівників змінюється по-різному, тобто заробітні плати різних працівників не повинні повністю корелювати між собою. В моделі це забезпечується використання функції RAND() для моделювання заробітної

плати окремо для різних років кожного окремо взятого працівника. (рис.3)

При дослідженні соціально-економічних процесів стохастичний розподіл мають не тільки економічні та фінансові величини, але й антропометричні і навіть психологічні.

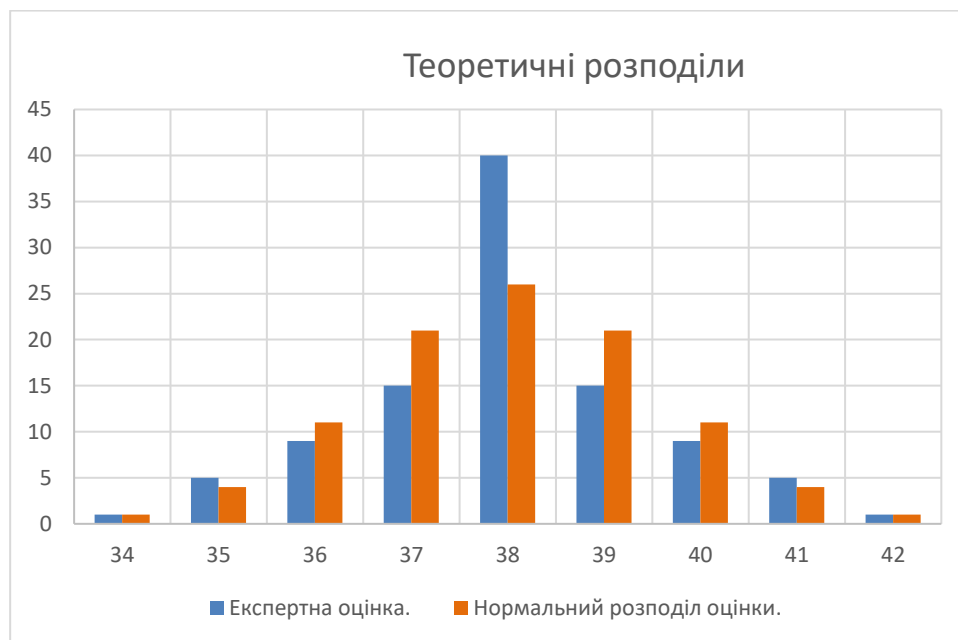


Рис. 4 Частотний набір розмірного ряду жіночого взуття сформований на основі експертної оцінки та нормального розподілу експертної оцінки.

*Джерело:* сформовано автором на основі власної моделі.

Проблема розподілу взуття та одягу за розмірами до цього часу досліджувалась мало [1]. На першому етапі дослідження було застосовано найпростіший підхід - закупити однакову кількість взуття різних розмірів (табл.2; стовбець 1). Наступний підхід дослідження включав експертну оцінку частоти розмірів жіночого взуття в Україні. (рис 4.), (табл.2; стовбець 2). На основі експертної оцінки за допомогою функції Гауса розраховано частотний набір жіночого розміру взуття для України (табл.2; стовбець 3). Параметри стохастичної величини, яка описує частотний набір становили середнє значення  $m_{\text{exp}} = 38, \sigma_{\text{exp}} = 1,5$ .

На наступному етапі досліджень зібрано статистичні дані про

антропометричні параметри 247 осіб жіночої статі. (рис 5.) (табл.2; стовбець 4). На основі статистичних даних за допомогою функції Гауса розраховано частотний набір розмірного ряду жіночого взуття для реальних людей в Україні (рис 5.) та (табл.2; стовбець 5). Параметри стохастичної величини, яка описує частотний набір розмірного ряду жіночого взуття, становили: середнє значення  $m_{\text{real}} = 38,18$ , середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\text{real}} = 1,53$ .

Ще одним етапом досліджень було порівняння зібраного антропометричного матеріалу для України з відповідними даними для США, а саме статистичного дослідження зробленого в

Каліфорнійського університеті [5] про антропометричні параметри для більше ніж 500000 осіб жіночої статі (табл.2; стовбець б). На основі статистичних даних за допомогою функції Гауса розраховано частотний набір жіночого розміру взуття для реальних мешканців в США. Параметри стохастичної величини, яка описує частотний набір

для американських жінок становили: середнє значення  $m_{usa} = 38$ ,  $\sigma_{usa} = 1,5$ .

Для оцінки ефективності різного виду моделей розмірного ряду жіночого взуття запропонований розрахунок втрат для кожної моделі в порівнянні з статистичними даними за умови, що кожна пара взуття вартує 2000 грн.

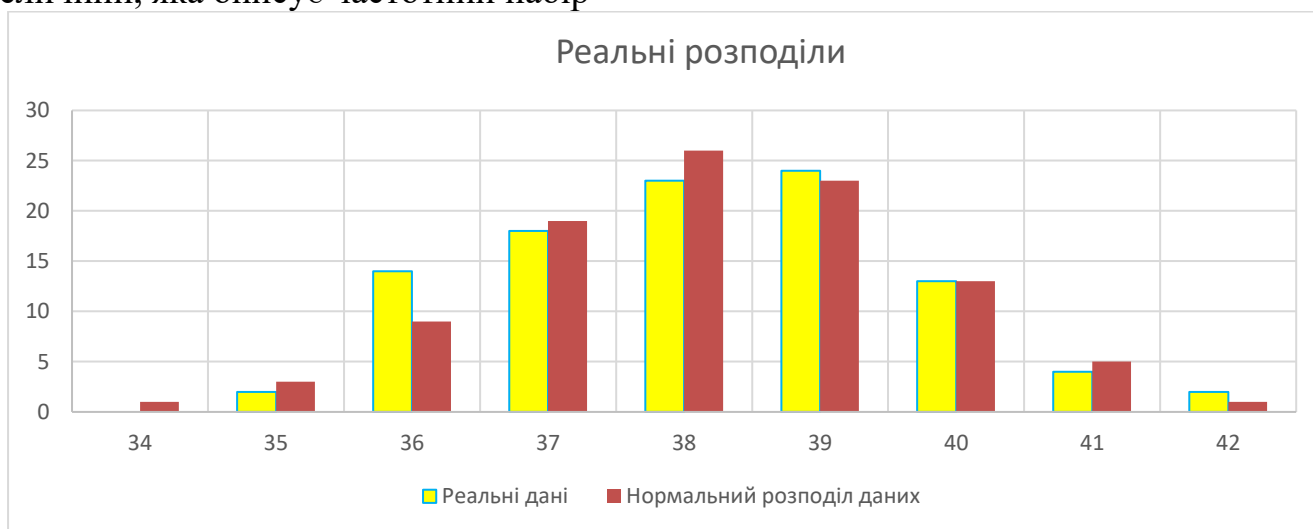


Рис. 5 Частотний набір розмірного ряду жіночого взуття сформований на основі реальних даних та нормального розподілу для реальних даних  
Джерело: сформовано автором на основі зібраних статистичних даних.

Таблиця 2  
Частотні значення розмірного ряду жіночого взуття змодельовані різними методами.

Розмір взуття	Україна					(6) США
	(1) Рівномірний розподіл	(2) Експертна оцінка.	(3) Нормальний розподіл для експертної оцінки.	(4) Реальні значення	(5) Нормальний розподіл для реальних значень.	
34	11	1	1	0	1	1
35	11	5	4	2	3	4
36	11	9	11	14	9	11
37	11	15	21	18	19	21
38	12	40	26	23	26	26
39	11	15	21	24	23	21
40	11	9	11	13	13	11
41	11	5	4	4	5	4
42	11	1	1	2	1	1
Втрати, грн	144 000	88 000	34 000	0	28 000	36 000
Втрати, %	72%	44%	17%	0%	14%	18%

Втрата клієнта за умови відсутності потрібного розміру взуття зменшує дохід на тих самих 2000 грн. Два останні рядки (табл.2) відображають абсолютні і відносні фінансові втрати для кожної із запропонованих моделей. Мінімальні втрати реалізатори матимуть за умови застосування моделі нормального розподілу для реальних статистичних значень в порівнянні зі самими статистичними значеннями.

**Висновки.** Використання стохастичних моделей, зокрема з нормальним розподілом метрик окремих об'єктів досліджень, дозволяє виокремити характеристики для кожного об'єкта за умови що ці характеристики сильно різняться між собою. Використання стохастичних величин дозволяє також створювати моделі з великою кількістю об'єктів (1000-100000) використовуючи тільки дві константи середнє значення та

середньо квадратичне відхилення, а також дозволяє розгортати цей процес в динаміці, створюючи ефект не повної кореляції між перерізами та максимального наближення моделі до реальності. Перевагою представлення частотного розподілу розмірного ряду взуття у вигляді нормального розподілу зменшує кількість інформації до двох констант (середнього значення і середньоквадратичного відхилення). Також таке представлення дозволяє порівнювати різні моделі, зокрема була виявлена рівність параметрів нормального частотного розподілу розмірного ряду жіночого взуття для України і США, вони виявились практично однаковими. Таким чином при організації бізнесу в США немає необхідності створювати новий розподіл розмірного ряду взуття, принаймні жіночого, можна використати модель для України.

#### *Список використаної літератури.*

1. Бондаренко С.М. Використання нормального розподілу Пуассона в системі управління якістю на підприємстві легкої промисловості. *Економіка і суспільство*. 2021. Випуск 32. <https://economyandsociety.in.ua/index.php/journal/article/view/840/807>
2. Жлуктенко В.І., Бегун А.В. Стохастичні моделі в економіці.: Монографія. – К.: КНЕУ, 2005. – 352 с.
3. Томашевський В. М., Жданова О. Г., Жолдаков О. О. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання. — К.: Корнійчук, 2001. — 267 с.
4. <https://www.pfu.gov.ua/statystyka/pokazniki-serednoyi-zarobitnoyi-plat/arhiv-zapitannya-vidpovidi-peremishhenim-pokazniki-serednoyi-zarobitnoyi-plat/>
5. [https://ukrayinska.libretxts.org/Математика/Прикладна\\_математика/Бізнес\\_обчислення\\_з\\_Excel\\_\(May\\_i\\_Bart\)/07%3A\\_Інтеграція/7.06%3A\\_Нормальний\\_розподіл\\_-\\_Розширений\\_числовий\\_приклад](https://ukrayinska.libretxts.org/Математика/Прикладна_математика/Бізнес_обчислення_з_Excel_(May_i_Bart)/07%3A_Інтеграція/7.06%3A_Нормальний_розподіл_-_Розширений_числовий_приклад)